

Всероссийская олимпиада школьников 2024-2025 учебный год

Муниципальный этап

Математика

Ответы

7 класс

Продолжительность – 235 минут

Максимальный балл – 35

Задача №1

Обозначим за А утверждение «А смотрит телевизор», за Б – «Б смотрит телевизор» и т. д., а за А', Б' и т. д. – их отрицания. Тогда условие 1 отбрасывает АБ', 2 – Г'Д', 3 – БВ и Б'В', 4 – В'Г и ВГ', 5 – А'Д и ГД'. Подходит единственная комбинация А'Б'ВГД'. То есть телевизор смотрят В и Г.

(7 баллов)

Задача №2

Обозначим монеты (и их веса) через а, b, с, d. Первым взвешиванием сравним веса а и b. Пусть $a \neq b$ (например, $a < b$). Тогда монеты с и d настоящие, а фальшивая находится среди а и b. Чтобы найти её, взвесим монеты а и с. Если $a = c$, то фальшивая монета — b, и она более тяжёлая, так как $a < b$. Если же $a \neq c$, то фальшивая монета — а, причём снова можно определить, легче она настоящей или тяжелее. Аналогично поступаем и в том случае, если после первого взвешивания $a = b$, т. е. фальшивая монета находится среди с и d. Однако, теперь нам не удастся выяснить, легче или тяжелее фальшивая монета. В самом деле, если $a=b$, то для расположения фальшивой монеты остается 4 разных возможности, в то время как 1 взвешивание может иметь лишь 3 разных исхода.

(7 баллов)

Задача №3

1 при n четном и 7 при n нечетном. (разложить степени 7 и понять, на какие цифры оканчиваются все степени 7: 7 (остаток 7) , 49 (остаток 1), 343 (остаток 7), 2401 (остаток 1), 16807 (остаток 7) и т.д.)

(7 баллов)

Задача №4

Нет. За каждый шаг сумма всех написанных чисел увеличивается на 2. Так как вначале сумма равна 21, то она всегда будет нечетной. А сумма шести равных чисел четна.

(7 баллов)

Задача №5

Расположив придворных по окружности в том порядке, в каком они следят друг за другом, и предположив, что их количество n четно, получаем, что придворный с номером $n/2$ следит за тем, кто следит за первым придворным, хотя им должен быть придворный с номером n .

(7 баллов)